



INSTITUTO JUAN PABLO II
Av. Sáenz Peña 576
TEL: 0381- 4205711
Institutojuanpabloii@gmail.com
www.instjuanpabloii.com.ar

Materia: Matemática

Profesora: Nisoria, Carolina

Curso: 4° B

Bibliografía actual: Activados 4. Editorial Puerto de palos.

Trabajo Práctico N° 29

Propiedades de la potenciación y la radicación

INFO ActivAdoS

Propiedades de la potenciación

Potencia de exponente cero	$a^0 = 1 \Leftrightarrow a \neq 0$
Potencia de exponente negativo	$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \Leftrightarrow a \neq 0$
Potencia de otra potencia	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
Producto de potencias de igual base	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
Cociente de potencias de igual base	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \Leftrightarrow a \neq 0$
Distributividad respecto de la multiplicación	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
Distributividad respecto de la división	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \Leftrightarrow b \neq 0$

Propiedades de la radicación

La radicación se puede expresar como una potencia de exponente fraccionario.

$$\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}} \quad \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} \quad \sqrt[3]{4^2} = 4^{\frac{2}{3}} \quad \sqrt[n]{x^{-2}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{2}{n}}$$

• Las propiedades de la radicación son análogas con las de la potenciación.

Propiedad	Fórmula	Ejemplos
Raíz de raíz	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n \cdot m}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{2}$
Distributividad respecto de la multiplicación	$\sqrt[n]{a \cdot b} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{4 \cdot 5} = (4 \cdot 5)^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{5}$
Distributividad respecto de la división	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \Leftrightarrow b \neq 0$	$\sqrt[3]{\frac{6}{5}} = \left(\frac{6}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{6^{\frac{1}{3}}}{5^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{5}}$
Simplificación de índices	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m \cdot p}{n \cdot p}} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}} \Leftrightarrow r \neq 0 \wedge a > 0$	$\sqrt[3]{3^4} = \sqrt[3 \cdot 4]{3^{4 \cdot 4}} = \sqrt[12]{3^{16}} = \sqrt[4]{3^4} = \sqrt{3}$ $\sqrt[4]{27} = \sqrt[4 \cdot 3]{27^3} = \sqrt[12]{3^9} = \sqrt[3]{3^3} = \sqrt[3]{27}$
Eliminación del radical	$(\sqrt[n]{a})^n = a \Leftrightarrow n \text{ es impar} \vee (\sqrt[n]{a})^n = a \Leftrightarrow n \text{ es par}$	$\sqrt[3]{5^3} = 5$ $\sqrt[3]{(-3)^3} = -3 = 3$
Amplificación de índices	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m \cdot p}{n \cdot p}} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}} \Leftrightarrow p \neq 0 \wedge a > 0$	$\sqrt[4]{2} = \sqrt[4 \cdot 2]{2^2} = \sqrt[8]{8}$ $\sqrt[3]{9} = \sqrt[3 \cdot 2]{9^2} = \sqrt[6]{81} = \sqrt[3]{81}$





Radicales. Adición y sustracción

INFOActivAdoS

Extracción de factores de un radical

Existen factores, dentro de un radical, que pueden ser extraídos si el exponente de los mismos es mayor o a lo sumo igual que el índice de la raíz. Para ello deben aplicarse las propiedades de la potenciación y radicación.

$$\sqrt{8x^3y^3} = \sqrt{2^3x^3y^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2x^3y^3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{x^3} \cdot \sqrt{y^3} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{x} \cdot y = 2xy\sqrt{2x}$$

$$\sqrt[3]{\frac{54}{875}a^4b^6} = \sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot 2}{5^3 \cdot 7}a^4b^6} = \frac{\sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[3]{b^6}}{\sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt[3]{7}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot a \sqrt[3]{a} \cdot b^2}{5 \cdot \sqrt[3]{7}} = \frac{3ab^2}{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{2a}{7}}$$

$$\sqrt{125x^5y^7z} = \sqrt{5^3x^5y^7z} = \sqrt{5^2 \cdot 5x^5y^7z} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{x^5} \cdot \sqrt{y^7} \cdot \sqrt{z} = 5\sqrt{5}x^2\sqrt{x} \cdot y^3\sqrt{y} \cdot \sqrt{z} = 5x^2y\sqrt{5xyz}$$

$$\sqrt{\frac{150b^7}{a^7}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 5^2b^7}{a^7}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{b^7}}{\sqrt{a^7}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 5 \cdot b^3 \sqrt{b}}{a^3 \sqrt{a}} = \frac{5b^3}{a^3} \sqrt{\frac{6b}{a}}$$

Radicales semejantes

Dos radicales son **semejantes** cuando tienen igual índice y el mismo radicando.

Términos con radicales semejantes:	Términos con radicales no semejantes:
$\sqrt{3}$ y $2\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$ y $\sqrt[3]{3}$
$-2\sqrt[3]{2}$ y $\sqrt[3]{2}$	$\sqrt[3]{5}$ y $\sqrt[3]{5}$
$\sqrt[3]{x^3}$ y $-3\sqrt[3]{x^3}$	$\sqrt[3]{7}$ y $\sqrt[3]{4}$

Adición y sustracción de radicales

Solo es posible **sumar** o **restar** términos que contienen radicales semejantes.

$$3\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + \sqrt{5} = (3 - 6 + 1) \cdot \sqrt{5} = -2 \cdot \sqrt{5}$$

$$-2\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4} = (-2 + 3) \cdot \sqrt[3]{2} + (3 - 1) \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2} + 2 \cdot \sqrt[3]{4}$$

Existen casos en los cuales ciertos radicales son semejantes luego de llevarlos a su **mínima expresión**.

$$\begin{aligned} 3\sqrt{45} - 2\sqrt{80} + \sqrt{405} &= 3\sqrt{3^2 \cdot 5} - 2\sqrt{2^4 \cdot 5} + \sqrt{3^4 \cdot 5} \\ &= 9\sqrt{5} - 8\sqrt{5} + 9\sqrt{5} \\ &= (9 - 8 + 9) \cdot \sqrt{5} = 10 \cdot \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3\sqrt{8} + \sqrt[3]{80} - \sqrt[3]{18} - 3\sqrt[3]{125} &= 3\sqrt{2^3} + 7\sqrt[3]{2^4 \cdot 5} - \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} - 3 \cdot \sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt{5} \\ &= 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + 7 \cdot 2^2 \cdot \sqrt[3]{5} - 3 \cdot \sqrt[3]{2} - 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{2} + 28\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{2} - 15\sqrt{5} \\ &= (6 - 3) \cdot \sqrt[3]{2} + (28 - 15) \cdot \sqrt{5} \\ &= 3 \cdot \sqrt[3]{2} + 13 \cdot \sqrt{5} \end{aligned}$$



TIC

Ingresen en <https://goo.gl/6oeEkG>* para observar otros ejemplos de adición y sustracción de radicales.

* Enlace acortado de <https://www.youtube.com/watch?v=UQYwAa56zBA>.



8

ACTIVIDADES

Propiedades de la potenciación y la radicación

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que la expresión $a^{-3} = (-a)^3$?

b. ¿Es cierto que $\sqrt[3]{-3^2} = \sqrt{-3}$?

2. Rodeen con color las respuestas correctas.

- a. $a^{-2} \cdot (ab)^3 : (ab)^4 =$ $a^{-2}b^{-1}$ $a^{-1}b$ $a^{-1}b^{-1}$ a^5b^5
b. $\sqrt[3]{a^6b^4} =$ $\sqrt{a^3b^2}$ $a^2 \cdot \sqrt[3]{a^4}$ $\sqrt[3]{a^6} \cdot \sqrt{b^4}$ a^2b^4
c. $\sqrt{a^3b} : \sqrt{a \cdot b^2} \cdot \sqrt{a} =$ $\sqrt{a^3b^3}$ $\sqrt{a}b^{-1}$ $\sqrt{a^3b^{-1}}$ $\sqrt{a^3b}$
d. $\sqrt{a^2} : \sqrt{a \cdot b} \cdot \sqrt{b^{-1}} : \sqrt{a} =$ $\frac{a^1}{|b|}$ $\sqrt{a}b^2$ $\frac{\sqrt{a}}{|b|}$ $\sqrt{a^5b^{-2}}$

3. Marquen con una X las igualdades correctas.

- a. $(2^{-3})^2 = (\frac{1}{2})^6$ ☐ d. $4^{-3} = -64$ ☐ g. $\sqrt{\frac{1}{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}}$ ☐
b. $(-3)^{-2} : (-3)^{-4} = (-3)^{-7}$ ☐ e. $\sqrt[3]{6^2} = 6^{\frac{2}{3}}$ ☐ h. $(\frac{3}{2})^{-2} = (-\frac{9}{4})$ ☐
c. $\frac{1}{2} \cdot 0,5^{-3} : (\frac{1}{2})^1 = 0,5^4$ ☐ f. $\sqrt{(-9)^2} = 9$ ☐ i. $\sqrt[3]{25^6} = 25^2$ ☐

4. Hallen la expresión más simple posible aplicando las propiedades.

- a. $(-3)^{-4} \cdot (-3)^2 : (-3)^{-2} \cdot (-3) =$ e. $(a^3 \cdot b)^4 : (ab)^5 =$ i. $(ab)^3 \cdot \sqrt{ab} =$
b. $(4^2 \cdot 4^{-3} : 4^{-2})^2 =$ f. $\sqrt{6^3} \cdot \sqrt[3]{6} : \sqrt{6} =$ j. $\sqrt[4]{2^8} \cdot \sqrt{2} : \sqrt[3]{2^9} =$
c. $[(-1)^3]^{-2} \cdot (-1)^4 =$ g. $\sqrt[5]{5^5} \cdot \sqrt{5^{-2}} =$ k. $\sqrt{(ab)^{-3}} \cdot \sqrt{(ab)^4} =$
d. $(3^2 \cdot 4)^3 : (3 \cdot 4^{-2})^{-1} =$ h. $\sqrt[3]{4} : \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4^5} =$ l. $(a^2b)^{-3} \cdot \sqrt{ab^2} : \sqrt{ab} =$

5. Resuelvan aplicando propiedades.

- a. $\frac{\sqrt[3]{27 \cdot 4}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} =$ c. $\frac{\sqrt[3]{2^6 \cdot 3^9}}{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{5}} =$
b. $\frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} =$ d. $\frac{\sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[3]{7^3}}{\sqrt[3]{7 \cdot 5^2}} =$





INSTITUTO JUAN PABLO II
Av. Sáenz Peña 576
TEL: 0381- 4205711
Institutojuanpabloii@gmail.com
www.instjuanpabloii.com.ar



ACTIVIDADES

Radicales. Adición y sustracción

6. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que $\sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{2}$? ¿Por qué?

b. ¿Por qué $\sqrt[3]{4}$ y $\sqrt[3]{4^2}$ no son semejantes?

7. Extraigan factores del radical.

a. $\sqrt{75} =$ _____

e. $\sqrt{\frac{125b^2}{216}} =$ _____

b. $\sqrt[3]{40a^5} =$ _____

f. $\sqrt[3]{\frac{625x^4y^6}{243z^3}} =$ _____

c. $\sqrt{0,001} =$ _____

g. $\sqrt{\frac{10000a^4b^4c}{1029a^4b}} =$ _____

d. $\sqrt[4]{1024x^6y^8} =$ _____

h. $\sqrt[5]{\frac{4096x^4y^6}{243z^3}} =$ _____

8. Rodeen las expresiones semejantes a la dada, en cada caso.

a. $\sqrt[3]{128}$

4. $\sqrt[3]{2}$

2. $\sqrt[3]{2}$

$\sqrt[3]{2}$

b. $\sqrt{32a^3}$

2. $\sqrt{2a^2}$

2a. $\sqrt{2a}$

4a. $\sqrt{2a}$

c. $\sqrt{\frac{243a^4}{8b}}$

$\frac{9}{2} \cdot \frac{3a}{2b}$

$\frac{9a}{2} \cdot \sqrt{\frac{3a}{2b}}$

$\frac{9a}{2b} \cdot \sqrt{\frac{3a}{2}}$

9. Resuelvan las siguientes sumas y restas.

a. $4 \cdot \sqrt[3]{3} - 3 \cdot \sqrt[3]{3} + 2 \cdot \sqrt[3]{3} =$ _____

b. $-\sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{2} - \sqrt[3]{2} =$ _____

c. $\sqrt{a} - 3 \cdot \sqrt{a} + 5 \cdot \sqrt{a} - \sqrt{a} =$ _____

d. $-2 \cdot \sqrt{x} + \sqrt{x} + 3 \cdot \sqrt{y} - 2 \cdot \sqrt{x} =$ _____

10. Resuelvan las siguientes sumas algebraicas.

a. $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{250} =$

d. $2 \cdot \sqrt{\frac{1}{12}} + 3 \cdot \sqrt{\frac{9}{75}} - 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{48}} =$

b. $6 \cdot \sqrt{20} + 3 \cdot \sqrt{80} - 4 \cdot \sqrt{500} =$

e. $2 \cdot \sqrt{12} - 2 \cdot \sqrt{80} + \sqrt{108} =$

c. $-\sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{7} + \sqrt{63} + \sqrt{20} =$

f. $-\sqrt{75} + 4 \cdot \sqrt{54} + 5 \cdot \sqrt{3} - 6 \cdot \sqrt{24} =$
