



INSTITUTO JUAN PABLO II
 Av. Sáenz Peña 576
 TEL: 0381- 4205711
Institutojuanpabloii@gmail.com
www.instjuanpabloii.com.ar

Materia: Matemáticas

Profesora: Patricia Zelaya

Curso: 5° año A

Bibliografía: Matemática Activados 4. Editorial Puerto de Palo. Edición 2017

TRABAJO PRÁCTICO N° 31

Propiedad de radicales

Radicales. Adición y Sustracción

Marco Teórico – PÁG. 34 y PÁG. 36

Trabajaremos con las páginas del libro

Propiedades de la radicación

La radicación se puede expresar como una potencia de exponente fraccionario.

$$\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$$

$$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{4^2} = 4^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[n]{x^{-2}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{2}{n}}$$

- Las propiedades de la radicación son análogas con las de la potenciación.

Propiedad	Fórmula	Ejemplos
Raíz de raíz	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n \cdot m}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$	$\sqrt[4]{\sqrt{2}} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{2}$
Distributividad respecto de la multiplicación	$\sqrt[n]{a \cdot b} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{4 \cdot 5} = (4 \cdot 5)^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{5}$
Distributividad respecto de la división	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \Leftrightarrow b \neq 0$	$\sqrt[3]{\frac{6}{5}} = \left(\frac{6}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{6^{\frac{1}{3}}}{5^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{5}}$
Simplificación de índices	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^r}} = a^{\frac{r}{n \cdot m}} = a^{\frac{m \cdot r}{n \cdot m}} = \sqrt[n \cdot m]{a^{m \cdot r}} \Leftrightarrow r \neq 0 \wedge a > 0$	$\sqrt[8]{3^4} = \sqrt[8 \cdot 4]{3^{4 \cdot 4}} = \sqrt[32]{3^{16}} = \sqrt[4]{3^4} = \sqrt{3}$ $\sqrt[12]{27} = \sqrt[12 \cdot 3]{3^3} = \sqrt[36]{3^3} = \sqrt[4]{3^3}$
Eliminación del radical	$(\sqrt[n]{a^n} = a \Leftrightarrow n \text{ es impar}) \vee (\sqrt[n]{a^n} = a \Leftrightarrow n \text{ es par})$	$\sqrt[3]{5^3} = 5$ $\sqrt[3]{(-3)^3} = -3 = 3$
Amplificación de índices	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^p}} = a^{\frac{p}{n \cdot m}} = a^{\frac{m \cdot p}{n \cdot m}} = \sqrt[n \cdot m]{a^{m \cdot p}} \Leftrightarrow p \neq 0 \wedge a > 0$	$\sqrt[4]{2} = \sqrt[4 \cdot 2]{2^2} = \sqrt[8]{2^2}$ $\sqrt[5]{9} = \sqrt[5 \cdot 3]{3^2} = \sqrt[15]{3^2} = \sqrt[10]{3^4} = \sqrt[10]{81}$



INSTITUTO JUAN PABLO II
 Av. Sáenz Peña 576
 TEL: 0381- 4205711
Institutojuanpabloii@gmail.com
www.instjuanpabloii.com.ar

Extracción de factores de un radical

Existen factores, dentro de un radical, que pueden ser extraídos si el exponente de los mismos es mayor o a lo sumo igual que el índice de la raíz. Para ello deben aplicarse las propiedades de la potenciación y radicación.

$$\sqrt{8x^3y^5} = \sqrt{2^3 \cdot x^3 \cdot y^5} = \sqrt{2^2 \cdot 2x^3 \cdot y^5} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{x^3} \cdot \sqrt{y^5} = 2\sqrt{2} \cdot x\sqrt{x} \cdot y^2\sqrt{y} = 2xy^2\sqrt{2x^2y}$$

$$\sqrt[3]{\frac{54}{875} a^4 b^6} = \sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot 2}{5^3 \cdot 7} a^4 b^6} = \frac{\sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[3]{b^6}}{\sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt[3]{7}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot a \sqrt[3]{a} \cdot b^2}{5 \sqrt[3]{7}} = \frac{3ab^2}{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{2a}{7}}$$

$$\sqrt{125x^5y^7z} = \sqrt{5^3 \cdot x^5 \cdot y^7 \cdot z} = \sqrt{5^2 \cdot 5x^5 \cdot y^7 \cdot z} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{x^5} \cdot \sqrt{y^7} \cdot \sqrt{z} = 5\sqrt{5} \cdot x^2\sqrt{x} \cdot y^3\sqrt{y} \cdot \sqrt{z} = 5x^2y^3\sqrt{5xyz}$$

$$\sqrt{\frac{150b^4}{a^7}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot b^4}{a^7}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{b^4}}{\sqrt{a^7}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 5 \cdot b^2}{a^2 \sqrt{a}} = \frac{5b^2}{a^2} \sqrt{\frac{6}{a}}$$

Radicales semejantes

Dos radicales son **semejantes** cuando tienen igual índice y el mismo radicando.

Términos con radicales semejantes:	Términos con radicales no semejantes:
$\sqrt{3}$ y $2\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$ y $\sqrt[3]{3}$
$-2\sqrt[3]{2}$ y $\sqrt[3]{2}$	$\sqrt[3]{5}$ y $\sqrt[3]{5}$
$\sqrt[4]{x^2}$ y $-3\sqrt[4]{x^2}$	$\sqrt[4]{7}$ y $\sqrt[7]{4}$

Adición y sustracción de radicales

Solo es posible **sumar o restar** términos que contienen radicales semejantes.

$$3\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + \sqrt{5} = (3 - 6 + 1) \cdot \sqrt{5} = -2 \cdot \sqrt{5}$$

$$-2\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4} = (-2 + 3) \cdot \sqrt[3]{2} + (3 - 1) \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2} + 2 \cdot \sqrt[3]{4}$$

Existen casos en los cuales ciertos radicales son semejantes luego de llevarlos a su **mínima expresión**.

$$\begin{aligned} 3\sqrt{45} - 2\sqrt{80} + \sqrt{405} &= 3\sqrt{3^2 \cdot 5} - 2\sqrt{2^4 \cdot 5} + \sqrt{3^4 \cdot 5} \\ &= 9\sqrt{5} - 8\sqrt{5} + 9\sqrt{5} \\ &= (9 - 8 + 9) \cdot \sqrt{5} = 10 \cdot \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3\sqrt{8} + \sqrt[3]{80} - \sqrt{18} - 3\sqrt{125} &= 3\sqrt{2^3} \cdot \sqrt{2} + 7\sqrt[3]{2^4 \cdot 5} - \sqrt{3^2 \cdot 2} - 3\sqrt{5^3} \cdot \sqrt{5} \\ &= 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + 7 \cdot 2^2 \cdot \sqrt{5} - 3 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{2} + 28\sqrt{5} - 3\sqrt{2} - 15\sqrt{5} \\ &= (6 - 3) \cdot \sqrt{2} + (28 - 15) \cdot \sqrt{5} \\ &= 3 \cdot \sqrt{2} + 13 \cdot \sqrt{5} \end{aligned}$$

Actividades

Resolución de actividades propuestas en PÁG. 37, puntos: 7 (apartados: a, b, c, d) y 10