INSTITUTO JUAN PABLO II
Av. Sáenz Peña 576
TEL: 0381- 4205711
Institutojuanpabloii@gmail.com
www.instjuanpabloii.com.ar

Materia: Matemática
Profesora: Nisoria, Carolina
Curso: 4° B
Bibliografía actual: Activados 4. Editorial Puerto de palos.

Trabajo Práctico N° 47

Factor común y factor común por grupos

INFO ACTIVADOS

Factorizar un polinomio de *n* términos es expresarlo como un **producto** de polinomios **primos**.

Factor común

Para factorizar un polinomio a través del **factor común**, se debe recordar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma o de la resta.

$a.(b \pm c) = a.b \pm a.c$ (el factor *a* se repite en ambos términos)

- Para **extraer el factor común**, se debe proceder de manera inversa: $a.b \pm a.c = a.(b \pm c)$.

Primero, se debe reconocer cuál es el factor que se encuentra repetido en cada término y luego, para encontrar el factor que va entre paréntesis, se divide cada término por el factor común.

- El factor común puede ser la variable del polinomio, elevada a la menor potencia, y/o el dcm de todos los coeficientes del mismo.

Factoricen el polinomio $P(x) = 4x^4 - 6x^2 + 2x$, *extrayendo el factor común.*

$P(x) = 2x.2x^3 - 2x.3x + 2x.1$ → **2x** es el factor común de los tres términos.

$P(x) = 2x.(2x^3 - 3x + 1)$ → Expresión factorizada de P(x) a través del factor común.

$\frac{4x^4}{2x}$ $\frac{6x^2}{2x}$ $\frac{2x}{2x}$ → Dentro del paréntesis va lo que resulta de dividir cada término por **2x**.

Factoricen el polinomio $Q(x) = 15x^5 - 10x^3 + 5x^2$.

$Q(x) = 15x^5 - 10x^3 + 5x^2 = 5x^2.3x^3 - 5x^2.2x + 5x^2.1 = 5x^2.(3x^3 - 2x + 1)$

- Un polinomio está **normalizado** cuando su coeficiente principal es 1. Para **normalizar** un polinomio, se debe sacar como factor común el coeficiente principal.

$R(x) = 3x^3 - 4 = 3.\left(x^3 - \frac{4}{3}\right)$ *Polinomio normalizado*

$S(x) = 7x^2 + 56x = 7(x^2 + 8x)$ *Polinomio normalizado*

Factor común por grupos

En algunos casos, cuando el polinomio no tiene un factor común a todos sus términos, se puede aplicar el **factor común por grupos**.

Factoricen el polinomio $T(x) = 12x^3 - 4x^2 + 15x - 5$, *mediante el factor común por grupos.*

$T(x) = \underbrace{(12x^3 - 4x^2)}_{4x^2} + \underbrace{(15x - 5)}_{5}$ → Se forman grupos de términos, de forma tal que en cada uno de ellos haya un factor común.

$T(x) = 4x^2.(3x - 1) + 5.(3x - 1)$ → En cada término debe aparecer el mismo factor para poder extraerlo nuevamente como factor común.

$T(x) = (3x - 1).(4x^2 + 5)$ → Al sacar nuevamente factor común, la expresión queda factorizada a través del factor común por grupos.

Factoricen el polinomio $V(x) = 14x^4 + 2x^3 - 21x - 3$.

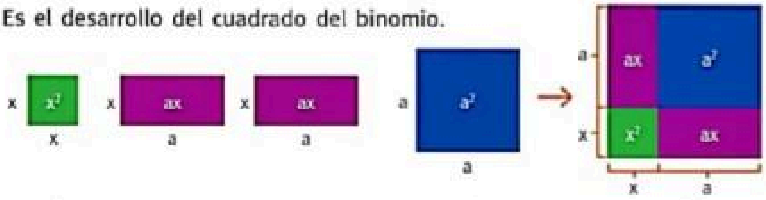
$V(x) = (14x^4 + 2x^3) + (-21x - 3) = 2x^3.(7x + 1) - 3.(7x + 1) = (7x + 1).(2x^3 - 3)$

Trinomio cuadrado perfecto y cuatrinomio cubo perfecto

INFO ACTIVADOS

$\underbrace{x^2 \pm 2ax + a^2}$ $= (x \pm a)^2$ → **Cuadrado de un binomio:** expresión factorizada del trinomio cuadrado perfecto.

Trinomio cuadrado perfecto:
Es el desarrollo del cuadrado del binomio.



$$x^2 \quad + \quad 2\,x\,.\,a \quad + \quad a^2 \quad = \quad (x + a)^2$$

$$\boxed{x^2 \pm 2ax + a^2 = (x \pm a).(x \pm a) = (x \pm a)^2}$$

$P(x) = x^2 + 18x + 81 = x^2 + 2\,.\,x\,.\,9 + 9^2 = (x + 9)^2$ $\quad$ $Q(x) = x^2 - 14x + 49 = x^2 - 2\,.\,x\,.\,7 + 7^2 = (x - 7)^2$

$x^2 \downarrow x$, $81 \downarrow 9$ $\quad$ $x^2 \downarrow x$, $49 \downarrow 7$

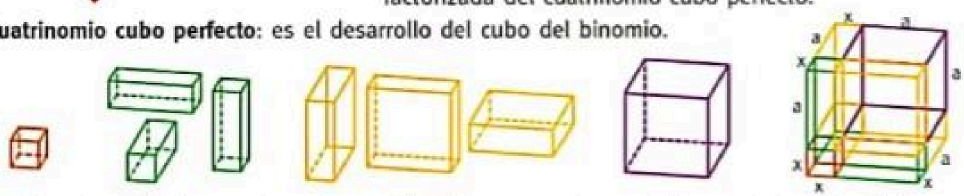
$R(x) = x^2 + 12x + 1 = x^2 + 2\,.\,x\,.\,6 + 1^2$ ← *No es trinomio cuadrado perfecto.*

$x^2 \downarrow x$, $1 \downarrow 1$ $\quad$ $6 \neq 1$

Cuatrinomio cubo perfecto

$\underbrace{x^3 + 3x^2a + 3a^2x + a^3}$ $= (x + a)^3$ → **Cubo de un binomio:** expresión factorizada del cuatrinomio cubo perfecto.

Cuatrinomio cubo perfecto: es el desarrollo del cubo del binomio.



$$x^3 \quad + \quad 3\,x^2\,.\,a \quad + \quad 3\,x\,.\,a^2 \quad + \quad a^3 \quad = \quad (x + a)^3$$

$$\boxed{x^3 \pm 3ax^2 + 3a^2\,x \pm a^3 = (x \pm a)\,.\,(x \pm a)\,.\,(x \pm a) = (x \pm a)^3} \leftarrow \text{Expresión factorizada}$$

$$\begin{aligned}(x + a)^3 &= (x + a)\,.\,(x + a)\,.\,(x + a)\\ &= (x^2 + 2ax + a^2)\,.\,(x + a)\\ &= x^3 + 3ax^2 + 3a^2\,x + a^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x - a)^3 &= (x - a)\,.\,(x - a)\,.\,(x - a)\\ &= (x^2 - 2ax + a^2)\,.\,(x - a)\\ &= x^3 - 3ax^2 + 3a^2\,x - a^3\end{aligned}$$

$T(x) = x^3 + 9x^2 + 27x + 27 = x^3 + 3\,.\,x^2\,.\,3 + 3\,.\,x\,.\,3^2 + 3^3 = (x + 3)^3$

$x^3 \downarrow x$, $27 \downarrow 3$

$K(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x^3 - 3\,.\,x^2\,.\,1 + 3\,.\,x\,.\,1^2 - 1^3 = (x - 1)^3$

$x^3 \downarrow x$, $1 \downarrow 1$

$M(x) = x^3 + 12x^2 + 12x + 1 = x^3 - 3\,.\,x^2\,.\,4 + 3\,.\,x\,.\,2^2 + 1^3$ ← *No es cuatrinomio cubo perfecto.*

$x^3 \downarrow x$, $1 \downarrow 1$ $\quad$ $4 \neq 1$ $\quad$ $2 \neq 1$

INSTITUTO JUAN PABLO II
Av. Sáenz Peña 576
TEL: 0381- 4205711
Institutojuanpabloii@gmail.com
www.instjuanpabloii.com.ar

Suma y resta de potencias de igual exponente. Diferencia de cuadrados

INFOACTIVADOS

Para un polinomio de la forma **$P(x) = x^n \pm a^n$** existen cuatro posibilidades.

$P(x) = x^n \pm a^n$		Divisor/es
***n* impar**	$x^n + a^n$	$(x + a)$
	$x^n - a^n$	$(x - a)$
***n* par**	$x^n - a^n$	$(x + a) \wedge (x - a)$
	$x^n + a^n$	No tiene divisores de la forma $(x \pm a)$.

Factoricen el polinomio $P(x) = x^3 - 8 = x^3 - 2^3$.
Como es una diferencia con *n* impar, su divisor es $(x - 2)$.

Se aplica la regla de Ruffini para resolver $(x^3 - 8) : (x - 2)$.

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 0 & 0 & -8 \\
2 & & 2 & 4 & 8 \\
\hline
 & 1 & 2 & 4 & \boxed{0}
\end{array} \rightarrow \text{Resto } 0$$

$$P(x) = x^3 - 8 = (x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 4)$$

$Q(x) = x^4 + 256 = x^4 + 4^4$, como es una suma con *n* par, no tiene divisores de la forma $(x \pm a)$.

$R(x) = x^6 - 1 = x^6 - 1^6$, como es una diferencia con *n* par, sus divisores son $(x + 1)$ y $(x - 1)$.

Se aplica la regla de Ruffini con cada uno de los divisores.

$$\begin{array}{c|ccccccc}
 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
1 & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \boxed{0}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
-1 & & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\
\hline
 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & \boxed{0}
\end{array}$$

$R(x) = x^6 - 1 = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x^4 + x^2 + 1)$

Diferencia de cuadrados

La diferencia de los cuadrados de dos números es igual al producto entre la suma de estos y su diferencia. Es el caso particular de $x^n - a^n$ con $n = 2$.

$$P(x) = x^2 - a^2 = \underbrace{(x - a) \cdot (x + a)}_{\text{Reciben el nombre de binomios conjugados.}}$$

$P(x) = x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3) \cdot (x + 3)$

$Q(x) = x^4 - 49 = (x^2)^2 - 7^2 = (x^2 - 7) \cdot (x^2 + 7)$

TIC

1. Ingresen en https://goo.gl/SoENbw* para observar otra explicación de la diferencia de cuadrados.

*Enlace acortado de https://www.youtube.com/watch?v=LYSKO4T18u0.

Fecha de presentación de carpeta: MIÉRCOLES 12 Y JUEVES 13 DE NOVIEMBRE.

Se considera carpeta completa del 3er trimestre del TP38 hacía adelante.

Pág: 164, 166 y 168