



INSTITUTO JUAN PABLO II
 Av. Sáenz Peña 576
 TEL: 0381- 4205711
 Institutojuanpabloii@gmail.com
 www.instjuanpabloii.com.ar

Materia: Matemática

Profesora: Nisoria, Carolina

Curso: 6° año

Bibliografía actual: Activados 5. Editorial Puerto de palos / Activados 6. Puerto de palos.

Trabajo Práctico N° 20

Funcion racional

Función racional

INFO Activa dos

Una función de la forma $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, siendo $P(x)$ y $Q(x)$ polinomios \wedge $Q(x)$ no es nulo, es una **función racional**.

$f(x) = \frac{2x^2 + 5x - 1}{x^2 - 3x + 2}$ es una función racional.

Para calcular el **dominio** de una función racional, se iguala el denominador a 0 (ya que ese es el valor que no puede tomar) y se hallan los valores de x . El dominio es el conjunto de los reales menos los valores de x encontrados.

Para calcular el conjunto **imagen** de una función racional, se iguala la función a y , y se despeja x . Los valores que no puede tomar y son los que no pertenecen a la imagen.

Una **asíntota** es una recta que se acerca indefinidamente a una función, pero nunca la toca.

Entre las funciones racionales se pueden estudiar diferentes casos particulares:

- Una función de la forma $f(x) = \frac{k}{x}$, siendo k un número real, es una **función de proporcionalidad inversa**.

Dominio: El denominador de la función debe ser distinto de cero: $x \neq 0$.
 $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$
 La recta de ecuación $x = 0$ es asíntota vertical (A. V.) de la función.

Imagen: $y = \frac{k}{x} \Rightarrow x = \frac{k}{y} \Rightarrow y \neq 0$
 $I_f = \mathbb{R} - \{0\}$
 La recta de ecuación $y = 0$ es asíntota horizontal (A. H.) de la función.
- Una función de la forma $f(x) = \frac{k}{Q(x)}$, siendo k un número real y $Q(x)$ un polinomio que no es nulo.

Dominio: El denominador de la función debe ser distinto de cero: $Q(x) \neq 0$.

$f(x) = \frac{3}{x-5}$
 $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \rightarrow 5$ es el valor que no puede tomar x .
 $D_f = \mathbb{R} - \{5\}$
 La recta de ecuación $x = 5$ es asíntota vertical (A. V.) de la función.

Imagen:

$f(x) = \frac{3}{x-5}$
 $y = \frac{3}{x-5} \Rightarrow x - 5 = \frac{3}{y} \Rightarrow x = \frac{3}{y} + 5 \rightarrow 0$ es el valor que no puede tomar y .
 $I_f = \mathbb{R} - \{0\}$
 La recta de ecuación $y = 0$ es asíntota horizontal (A. H.) de la función.

TIC

1. Ingresen en rebrand.ly/FcRacional para ver un video que los ayudará a comprender más sobre funciones racionales y calcular su dominio.

* Enlace acortado de <https://www.youtube.com/watch?v=VnolaDFuM>.

Representación gráfica de funciones racionales

INFO Activa dos

Para **representar una función racional**, se deben seguir estos pasos:

- Se determinan los conjuntos dominio e imagen.
- Se hallan las ecuaciones de las asíntotas.
- Se hallan distintos puntos de la función, entre ellos los puntos de intersección con los ejes.

En el caso de la función de proporcionalidad inversa, las asíntotas siempre son $x = 0 \wedge y = 0$; por lo tanto no hay intersección con los ejes.

Representen la función $f(x) = \frac{9}{x}$.

- $D_f = \mathbb{R} - \{0\} \wedge I_f = \mathbb{R} - \{0\}$
- Asíntota vertical: $x = 0$; asíntota horizontal: $y = 0$
- Se hallan distintos puntos de la función.

| x | f(x) |
|----|------|
| -3 | -3 |
| -2 | -4,5 |
| -1 | -9 |
| 1 | 9 |
| 2 | 4,5 |
| 3 | 3 |

En el caso de esta función, la asíntota horizontal siempre es $y = 0$; por lo tanto, no hay intersección con el eje x .

Representen la función $f(x) = \frac{3}{2x+1}$.

- $2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$
 $y = \frac{3}{2x+1} \Rightarrow 2x + 1 = \frac{3}{y} \Rightarrow x = \frac{3}{2y} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow x = \frac{3}{2y} - \frac{1}{2} \rightarrow C_f = \mathbb{R} - \{0\}$
- Asíntota vertical: $x = -\frac{1}{2}$
 asíntota horizontal: $y = 0$.
- Se hallan distintos puntos de la función y se representa gráficamente.

| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|------|----|----|---|---|---------------|
| f(x) | -1 | -3 | 3 | 1 | $\frac{3}{2}$ |



Actividades

ACTIVIDADES
Función racional

22. Respondan y expliquen las respuestas.

a. La función $f(x) = \frac{k}{x}$ es racional?

b. ¿Cuál debe ser el valor de a para que el conjunto imagen de $f(x) = \frac{5}{x-a}$ sea $\mathbb{R} - \{0\}$?

23. Rodeen las respuestas correctas en cada caso.

a. ¿Cuáles de las siguiente funciones son racionales?
 $f(x) = \frac{x+3}{5}$ $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$ $f(x) = \frac{x^2}{x^2}$ $f(x) = \frac{5}{x+3}$

b. ¿Cuáles de las siguiente funciones son de proporcionalidad inversa?
 $f(x) = \frac{3}{2x}$ $f(x) = \frac{5}{x}$ $f(x) = \frac{x-1}{x}$ $f(x) = \frac{1}{x}$

24. Marquen el dominio que corresponde a cada función.

a. $f(x) = \frac{x}{x+3}$ $D_f = \mathbb{R} - \{5\}$ $D_f = \mathbb{R} - \{-5\}$ $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

b. $f(x) = \frac{x+1}{-x+2}$ $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ $D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$ $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

c. $f(x) = \frac{x}{2x-2}$ $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

25. Escriban el dominio, la imagen y las asíntotas de las siguientes funciones.

a. $f(x) = \frac{2}{x+4}$ c. $f(x) = \frac{-1}{2x+3}$

$D_f =$; $I_m =$
 A. V.: ; A. H.:

$D_f =$; $I_m =$
 A. V.: ; A. H.:

b. $f(x) = \frac{-3}{x-4}$ d. $f(x) = \frac{1}{x}$

$D_f =$; $I_m =$
 A. V.: ; A. H.:

$D_f =$; $I_m =$
 A. V.: ; A. H.:

Representación gráfica de funciones racionales

- 26. Respondan y expliquen las respuestas.**
- a. ¿Es cierto que en la función $f(x) = \frac{k}{x}$ para cualquier valor de k (distinto de cero) las asíntotas coinciden con los ejes cartesianos?

- b. ¿Es cierto que ninguna función racional tiene intersección con el eje y ?

27. Completen la siguiente tabla. Luego, grafiquen cada función.

| Función | Dominio | Imagen | A. V. | A. H. | $f(-1)$ | $f(1)$ | $f(2)$ |
|-------------------------|---------|--------|-------|-------|---------|--------|--------|
| $f(x) = \frac{5}{x}$ | | | | | | | |
| $g(x) = \frac{2}{3x+1}$ | | | | | | | |
| $h(x) = \frac{-1}{x+1}$ | | | | | | | |
| $i(x) = \frac{3}{2x+1}$ | | | | | | | |