



INSTITUTO JUAN PABLO II
Av. Sáenz Peña 576
TEL: 0381- 4205711
Institutojuanpabloii@gmail.com
www.instjuanpabloii.com.ar

Materia: Matemática

Profesora: Nisoria, Carolina

Curso: 3° B

Bibliografía actual: Activados 1. Editorial Puerto de Palos.

Bibliografía a utilizar a partir de 25/03/25: Activados 3. Editorial Puerto de Palos.

Trabajo Práctico N° 21

Ecuaciones / Inecuaciones

Ecuaciones I

INFO Activa dos

Se denomina **ecuación** a toda igualdad en donde aparece por lo menos un valor desconocido llamado **incógnita**.

Resolver una ecuación significa encontrar el o los valores que hacen verdadera la igualdad. El valor o los valores encontrados forman el **conjunto solución** de la ecuación.

Para resolver una ecuación se deben tener en cuenta las siguientes propiedades.

- Si en una ecuación se suma o se resta un mismo número a ambos miembros, se obtiene una ecuación equivalente a la dada.
- Si en una ecuación se multiplica o se divide por un mismo número (distinto de cero) a ambos miembros, se obtiene una ecuación equivalente a la dada.

Ecuación con una solución	Ecuación con infinitas soluciones	Ecuación sin solución
$3x - 1 = 8$ $3x - 1 + 1 = 8 + 1$ $3x = 9$ $3x : 3 = 9 : 3$ $x = 3$	$4x + 2x + 5 = x + x + 5$ $2x + 5 = 2x + 5$ $2x - 2x = 5 - 5$ $0x = 0$	$4x + 1 = 4x - 8$ $4x - 4x + 1 = -8$ $0x + 1 = -8$ $1 \neq -8$ No se cumple la igualdad.

Verificar una ecuación consiste en reemplazar el o los valores encontrados en ella para comprobar si la igualdad se cumple.

Ecuaciones con módulo

Para resolver este tipo de ecuaciones, se usa el concepto de **módulo**, que es la distancia de una expresión al cero.

$|x - 3| = 2$, entonces $x - 3 = 2$ o $x - 3 = -2$.

$x - 3 = 2$ $x - 3 = -2$
 $x = 2 + 3$ $x = -2 + 3$
 $x = 5$ $x = 1$

Ecuaciones II

INFO Activa dos

Propiedad fundamental de las proporciones

Cuatro números a, b, c y d (con b y d distintos de cero) forman una proporción cuando la razón entre los dos primeros es igual a la razón entre los dos segundos.

En toda proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, se cumple que $a \cdot d = b \cdot c$.

Hay ecuaciones que se pueden resolver usando la **propiedad fundamental de las proporciones**.

$\frac{2x-4}{3} = \frac{x+1}{2}$

$(2x-4) \cdot 2 = 3 \cdot (x+1)$
 $6x - 8 = 3x + 3$
 $6x - 3x = 3 + 8$
 $3x = 11$
 $x = \frac{11}{3}$

1. Se aplica la propiedad fundamental de las proporciones.
2. Se aplica la propiedad distributiva.
3. Se agrupan en un mismo miembro los términos semejantes.
4. Se opera en cada miembro.
5. Se despeja la incógnita.

Ecuaciones con potenciación

$x^2 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
 $x^2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$
 $x^2 = 1$
 $\sqrt{x^2} = \sqrt{1}$
 $|x| = 1$
 $x = 1$ o $x = -1$

1. Se separa en términos.
2. Se agrupan en un mismo miembro los términos semejantes.
3. Se opera en cada miembro.
4. Se aplica la raíz cuadrada a ambos miembros de la igualdad.
5. Tengan en cuenta que $\sqrt{x^2} = |x|$.

Ecuaciones con radicación

$\sqrt{x - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$
 $\sqrt{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
 $\sqrt{x} = 1$
 $(\sqrt{x})^2 = 1^2$
 $x = \frac{4}{9}$

1. Se separa en términos.
2. Se agrupan en un mismo miembro los términos semejantes.
3. Se opera en cada miembro.
4. Se aplica la potencia correspondiente a ambos miembros.
5. Se resuelve para hallar el valor de la incógnita.

Problemas con ecuaciones

INFO Activa dos

Para resolver un problema a través de una ecuación, hay que determinar cuál es la incógnita y establecer relaciones con los datos para obtener la solución.

Para organizar la fiesta de educación física, el profesor pintó un poste de la siguiente forma: la tercera parte de rojo, la cuarta parte de verde y se dejaron 5 m sin pintar.

¿Cuál es la altura del poste?

x : altura del poste
 $\frac{1}{3}x$: tercera parte de rojo.
 $\frac{1}{4}x$: cuarta parte de verde.
 $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 5 \text{ m} = x$
 $5 \text{ m} = x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}x$
 $5 \text{ m} = \frac{5}{12}x$
 $x = 12 \text{ m}$
La altura del poste es de 12 m.

En algunos problemas, hay que verificar si todos los valores del conjunto solución son respuestas al problema.

Calculen cuánto miden los catetos de un triángulo rectángulo, sabiendo que un cateto es el doble del otro y que su área es de 25 cm^2 .

$\frac{1}{2} \cdot 2x \cdot x = 25 \text{ cm}^2$
 $x^2 = 25 \text{ cm}^2$
 $\sqrt{x^2} = \sqrt{25 \text{ cm}^2}$
 $|x| = 5 \text{ cm}$
 $x = 5$ o $x = -5$

Los catetos del triángulo miden 5 cm y 10 cm.

Se descarta la solución negativa porque hace que las medidas de los lados sean números negativos.

Inecuaciones

INFO Activa dos

Las siguientes desigualdades se denominan **inecuaciones**.

$x < 2$ $x > -1$ $2x \leq 6$

Resolver una inecuación significa encontrar el conjunto de valores que la verifican.

Para resolver una inecuación se deben tener en cuenta las siguientes propiedades que permiten obtener inecuaciones equivalentes, es decir, con el mismo conjunto solución.

- Si en una inecuación se suma o se resta un mismo número a ambos miembros, se obtiene una inecuación equivalente a la dada.
- Si en una inecuación se multiplica o divide por un mismo número positivo a ambos miembros, se obtiene una inecuación equivalente formada por una desigualdad que tiene el mismo sentido que la dada.
- Si en una inecuación se multiplica o divide por un mismo número negativo a ambos miembros, se obtiene una inecuación equivalente formada por una desigualdad que tiene distinto sentido que la dada.

$2x - 1 > 3$
 $2x > 4$
 $2x : 2 > 4 : 2$
 $x > 2$

$-3x + 5 \leq 8$
 $-3x \leq 3$
 $-3x : (-3) \geq 3 : (-3)$
 $x \geq -1$

$S = (2; +\infty)$ $S = [-1; +\infty)$



INSTITUTO JUAN PABLO II
Av. Sáenz Peña 576
TEL: 0381- 4205711
Institutojuanpabloii@gmail.com
www.instjuanpabloii.com.ar

Actividades: selección de ejercicios en el curso.

12 Ecuaciones I

26. Marquen con una X la solución de cada ecuación.

- a. $4x - (x + 2) = 4$
 $x = -2$ ☐ $x = 2$ ☐ $x = \frac{1}{2}$ ☐
b. $-3x + \frac{5}{6} = \frac{5}{6}$
 $x = -\frac{7}{30}$ ☐ $x = \frac{17}{30}$ ☐ $x = \frac{7}{30}$ ☐
c. $(-6x + \frac{1}{3}) \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$
 $x = \frac{1}{6}$ ☐ $x = -\frac{1}{6}$ ☐ $x = -\frac{1}{3}$ ☐
d. $\frac{5}{3}x - 3 = 3 + \frac{1}{3}x$
 $x = 26$ ☐ $x = -13$ ☐ $x = -26$ ☐

27. Resuelvan cada ecuación y verifiquen el conjunto solución.

- a. $\frac{3}{2}x - 2 = \frac{1}{2}$
b. $\frac{3}{2} \cdot (x - 2) + 1 = \frac{2}{3}x - 3$
c. $5x - \sqrt{\frac{1}{4}} = (-\frac{3}{2})^2 + 4x$
d. $(-2x + 1) \cdot (-\frac{1}{3}) - 3 = (-\frac{1}{3})^2 + 3x$

Verificación:

Verificación:

Verificación:

Verificación:

Verificación:

Verificación:

28 Ecuaciones I

28. Resuelvan las ecuaciones y verifiquen el conjunto solución.

- a. $\frac{1}{2}x + \sqrt{3}^2 = 2 - \frac{1}{2}$
b. $(-3)^2 + 0,5x = 0,3x - (-2)^2$
c. $4x + (1 - 0,5)^2 = 2 \cdot (2x + 1) - (-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^2$
d. $\frac{1}{2}x - \sqrt{1 - \frac{5}{6}} = 2x + \frac{1}{6}$
e. $(x - 4) \cdot (-\frac{1}{3}) = -\frac{1}{3}x + \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{18}$
f. $2x - (-2)^2 = 2 - (x - 2) \cdot (-3)$

29. Respondan planteando la ecuación correspondiente.

- a. ¿Cuál es el número cuya mitad aumentada en 3 unidades es igual al cuadrado de -2?
b. El triple de la cuarta parte de un número es igual al opuesto del cuadrado de $\frac{1}{4}$. ¿Cuál es el número?
c. La diferencia entre el triple de un número y la mitad del mismo número es igual al número aumentado en 6. ¿Cuál es el número?
d. La suma entre el cuadrado de $(-\frac{1}{3})$ y la raíz cúbica de $(-\frac{1}{8})$ es igual al opuesto de la raíz cúbica de un número. ¿Cuál es el número?
e. El doble de la suma entre un número y la mitad de $(-\frac{1}{4})$ es igual al inverso de 2. ¿Cuál es el número?
f. La raíz cuadrada de la diferencia entre un número y $\frac{3}{5}$ es igual a la quinta parte de 2. ¿Cuál es el número?
g. La suma entre la mitad de un número, el triple del mismo número y el opuesto de $(-\frac{1}{4})$ es igual al cociente entre 0,5 y 0,05. ¿Cuál es el número?

30 Ecuaciones I

30. Despejen de cada fórmula el elemento que está escrito en color verde.



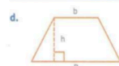
Área del triángulo = $\frac{b \cdot h}{2}$



Área del pentágono = $\frac{5 \cdot s \cdot ap}{2}$



Perímetro del rectángulo = $2b + 2h$



Área del trapecio = $\frac{(b + B) \cdot h}{2}$

31. Resuelvan las siguientes ecuaciones con módulo. Luego, verifiquen el conjunto solución.

- a. $2 \cdot |x - 3| = 6$
b. $4 - 3 \cdot |x| = 7 \cdot |x| + 2$
c. $\frac{|x| + 2}{6} = \frac{1}{3}$
d. $|2x - 6| + 3 = 7$
e. $|x + 2| + 7 = 6$
f. $(1 - \frac{1}{2})^2 = 4 \cdot | -2x - 3|$
g. $3 \cdot |x - 4| - 2 = 2 \cdot |x - 4| + 5$
h. $\frac{3 \cdot |2x - 1|}{2} = (\frac{1}{2})^2$

32 Ecuaciones II

32. Resuelvan las siguientes ecuaciones y luego, verifiquen.

- a. $\frac{-x + 3}{x + 1} = \frac{5 - 3}{(-1)^2}$
b. $\frac{2x - 0,9}{(1 - \frac{1}{3})^2} = \frac{x + 2}{3}$
c. $\frac{x}{0,8} = \frac{1,9}{x}$
d. $\frac{\sqrt{1 - \frac{1}{2}}}{x} = \frac{(1 - 0,5)^2}{2 - 3; (-\frac{1}{2})}$
e. $(x - 3)^2 - 1 = -\frac{3}{4}$
f. $(x - 2) \cdot (x + 2) - 8 = (-2)^2$
g. $(x^2 - \frac{1}{3}) \cdot 3 - \sqrt{\frac{36}{9}} = 0,8$
h. $\frac{x^2}{3} - (0,5 - 1)^2 = (\frac{4}{3})^2 \cdot \frac{4}{3}$
i. $\sqrt{\frac{x}{2}} + \frac{(-1)^2}{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$
j. $\sqrt{\frac{x}{3}} - 1 = \frac{2}{3} + 1$
k. $\sqrt{x - \frac{1}{2}} - \frac{2}{4} = 4^2 - \sqrt{1 - \frac{1}{4}}$
l. $\frac{\sqrt{x + 1}}{\sqrt{4}} - \frac{1}{2} = \sqrt{(\frac{1}{2})^2}$
m. $\sqrt{1 - 0,8} \cdot \sqrt{\frac{6 + 8}{4}} = \sqrt{\frac{4}{81}} - 0,03$
n. $\sqrt[3]{9} + \frac{1}{3} \cdot (4 - \frac{1}{3})^2 = 1 - \sqrt{\frac{1}{49}} + (-2)^2$



INSTITUTO JUAN PABLO II
Av. Sáenz Peña 576
TEL: 0381- 4205711
Institutojuanpabloii@gmail.com
www.instjuanpabloii.com.ar

13 Inecuaciones

34. Completen la tabla.

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico	Intervalo real
Los números reales menores o iguales que 28.	$x \leq 28$	$[-28; +\infty)$
Los números reales mayores o iguales que 0 y menores o iguales que 6.	$x \geq -2 \text{ y } x \leq 5$	$[-5; 2]$

35. Resuelvan cada inecuación y representen en la recta numérica el conjunto solución.

a. $\frac{1}{2}x + 3 > 5$



b. $-3x + \frac{1}{2} \leq \frac{3}{2}$



c. $4x - 1 \geq 2x + 5$



d. $3 - \frac{1}{4}x < \frac{5}{2}$



e. $4 \cdot (-x + 2) - 1 \leq -3 \cdot (x + 5)$



f. $(1 - 0,5)^{-1}x + 1 < 8$



g. $\frac{x+4}{2} \leq \frac{3x-1}{4}$



h. $(-1 + \frac{3}{4})x + \frac{2}{3} < 0,5$



i. $(2x - 4) : \frac{1}{3} + 5 > 0,3 : 0,02$



j. $-4 \cdot (x + \frac{1}{4}) > x - \sqrt{2}^2$



14 Problemas con ecuaciones

33. Planteen la ecuación y resuelvan.

a. Nahuel colecciona estampillas: la tercera parte de su colección es de países de América; la cuarta parte, de países de Europa y tiene 250 estampillas de Asia y de África. ¿Cuántas estampillas tiene en total? ¿Cuántas son de América y cuántas, de Europa?

$x = \text{total de estampillas}$
 $\frac{x}{3} = \text{América}$
 $\frac{x}{4} = \text{Europa}$
 $250 = \text{Asia y África}$
 $x = 250 \cdot \frac{12}{12 - 3 - 4} = 250 \cdot \frac{12}{5} = 600$
 $\frac{600}{3} = 200$ (América)
 $\frac{600}{4} = 150$ (Europa)

b. Pedro compró una computadora y entregó de seña la cuarta parte del total; luego, abonó en efectivo un tercio del resto y por último, los \$1 000 restantes en cuotas. ¿Cuál es el precio de la computadora?

$x = \text{precio de la computadora}$
 $\frac{x}{4} = \text{seña}$
 $\frac{3x}{4} = \text{resto}$
 $\frac{3x}{4} \cdot \frac{1}{3} = \text{efectivo}$
 $1000 = \text{cuotas}$
 $x = 1000 \cdot \frac{4}{1} = 4000$

c. La profesora de Matemática preparó una evaluación en la cual la tercera parte de los problemas son de resolución de ecuaciones, el doble de la cantidad de ecuaciones son de interpretación de gráficos y el resto, de geometría. Si en total son 12 los problemas, ¿cuántos de cada tipo hay en la evaluación?

$x = \text{problemas de ecuaciones}$
 $2x = \text{problemas de interpretación de gráficos}$
 $12 - x - 2x = \text{problemas de geometría}$
 $12 = 3x$
 $x = 4$
 $2x = 8$
 $12 - 4 - 8 = 0$

d. Juan, Pedro y Pablo están juntando figuritas. Juan tiene 14 figuritas más que Pedro, y Pablo juntó la mitad de lo que juntaron Juan y Pedro juntos. En total tienen 252 figuritas. ¿Cuántas figuritas tiene cada uno?

$x = \text{figuritas de Juan}$
 $y = \text{figuritas de Pedro}$
 $z = \text{figuritas de Pablo}$
 $x = y + 14$
 $z = \frac{x + y}{2}$
 $x + y + z = 252$
 $x + y + \frac{x + y}{2} = 252$
 $\frac{3(x + y)}{2} = 252$
 $x + y = 168$
 $x = y + 14$
 $y + 14 + y = 168$
 $2y = 154$
 $y = 77$
 $x = 91$
 $z = 84$

e. La altura de un rectángulo es de 3 cm más que la mitad de la base de ese rectángulo. Si el perímetro de la figura es de 36 cm, ¿cuál es la medida de la base y de la altura?

$x = \text{base}$
 $y = \text{altura}$
 $y = \frac{x}{2} + 3$
 $2x + 2y = 36$
 $2x + 2(\frac{x}{2} + 3) = 36$
 $2x + x + 6 = 36$
 $3x = 30$
 $x = 10$
 $y = 8$

f. La altura de un rectángulo es la cuarta parte de la base. Si el área del rectángulo es de 81 cm², ¿cuál es la medida del perímetro?

$x = \text{base}$
 $y = \text{altura}$
 $y = \frac{x}{4}$
 $xy = 81$
 $x \cdot \frac{x}{4} = 81$
 $\frac{x^2}{4} = 81$
 $x^2 = 324$
 $x = 18$
 $y = 4,5$
 $2x + 2y = 45$

g. En un trapecio rectángulo la altura mide la mitad de la base mayor, la base menor supera en uno a la altura y el cuarto lado mide 5 cm. Si el perímetro es de 22 cm, ¿cuánto mide cada lado del trapecio?

$x = \text{base mayor}$
 $y = \text{base menor}$
 $z = \text{altura}$
 $w = \text{cuarto lado}$
 $z = \frac{x}{2}$
 $y = z + 1$
 $w = 5$
 $x + y + z + w = 22$
 $x + (z + 1) + z + 5 = 22$
 $x + 2z + 6 = 22$
 $x + 2z = 16$
 $x = 16 - 2z$
 $16 - 2z + z + 1 + z + 5 = 22$
 $22 = 22$